

数学师范专业组合数学课程教学改革与创新

牛晓磊 张学俊 周璇 姜美美

(江苏第二师范学院, 江苏南京 210013)

摘要: 本文主要探究了组合数学课程在师范院校过程中出现的各种问题, 并分析了问题产生的根源, 结合教学经历和实际情况, 从而提出对组合数学课程建设的改革, 并对部分知识点之间建立联系。

关键词: 组合数学; 师范专业; 教学改革

随着我国教育事业的持续发展, 教育和经济社会的发展紧密结合, 教师的责任不仅仅是传播知识, 更重要的是立德树人。数学教师在教学活动中不仅使学生掌握数学知识, 而且还要掌握数学思想和方法, 培养学生的创新思维, 使学生具有用数学思维分析问题、解决问题的能力。数学师范专业的目标是培养思想素质优良、师德高尚、具有教育情怀和良好的人文及科学素养, 学科知识扎实、实践能力强, 具备较强的中小学数学教学和研究能力、班级管理和综合育人能力、自主学习和专业发展能力, 胜任中小学数学教学的师资, 以及在其他机构从事教学、研究及管理工作的教育人才。习近平新时代中国特色社会主义思想提出以来, 高校课程思政受到了前所未有的重视。作为地方师范院校, 必须坚持中国特色社会主义教育发展道路, 扎根当地、立足时代、面向新形势办好教育, 为地方中小学输入人民满意的优秀教师。高校数学师范生是未来的数学教学工作者, 他们的教学能力对基础教育课程改革实施的效果以及教师专业化的发展都有着重要的影响。因此, 对地方高校数学师范专业组合数学课程的教学改革和创新研究是有一定的实际意义。

一、数学师范专业组合课程建设出现的问题

随着计算机科学与技术的迅猛发展, 数学师范专业学生在传统的教学模式下, 学生往往会觉得组合数学课程所学的内容与数学分析等连续性问题相比大多是零碎的、抽象的、难以记忆的等, 组合数学很难将组合数学与其他应用学科之间相关联, 尤其是利用数学建模和算法解决一些复杂的计算问题。如何运用组合数学作为有利工具来解决其他学科的问题, 以及如何使用其他学科知识来解决一些组合数学问题将成为未来学科发展的趋势。教学改革的目的是“发现问题, 解决问题, 在此基础上再发现新问题, 解决新问题”的循环过程。其中, 发现问题是教学改革的关键, 解决问题是教学改革实施的目的。

(一) 教学内容更新不畅

组合数学是研究离散结构的存在性、计数、构造性和优化等问题的一门学科, 以组合计数为重点, 探讨了计数存在性问题, 最优化问题等, 主要知识点包括排列与组合、递推关系、容斥原理、鸽巢原理、生成函数等内容。这些内容是组合数学传统教学知识点, 选用的经典案例大多也是组合数学界公认的, 比如四色猜想问题和船夫过河问题、覆盖问题等。但是随着计算机的普及、组合数学的应用范围更广、涉及到组合数学知识应用的领域和范围也越来越大, 更多有趣的组合数学内容不断涌现, 这就给我们组合数学课程教学内容、课堂模式等提供了广阔的空间。数学师范专业是培养优秀的中小学数学教师, 教学内容和方法需要不断更新, 与时俱进, 不能一直坚持传统的教学而不改变。

(二) 缺乏师范专业的教材

组合数学在计算机专业中应用特别广泛, 因此目前主流的组

合数学教材大多侧重于工科专业, 并没有比较好的专门针对数学与应用数学课程的组合数学教材。教师在选择教学内容上比较困惑, 一方面组合数学内容比较广泛, 组合数学课时有限, 不能覆盖所有内容; 另一方面, 经典组合理论和组合数学的各种应用也不好取舍。同时, 在中小学数学教学以及奥数教学中, 组合数学占有很大的比重, 抽屉原理、容斥原理、排列组合、递推关系等都是比较重要的内容。组合数学知识灵活性强, 题目难度很大, 从目前毕业学生反馈信息来看, 不少中小学数学教师在日常教学中会出现知识储备不足, 灵活使用不通, 甚至出现教学卡壳的情形, 在大学课程教学中所学知识和工作教学缺乏联系, 没有系统的师范专业教材成为制约师范专业学生组合数学知识学习的障碍。

(三) 教学内容难度梯度性不强

中小学数学教学虽然提倡有教无类, 不允许差异性教学, 但是实际教学中, 因为学生认知情况的不同, 学习习惯的差异, 在很多实际问题中, 教学效果不一样。因此同样的数学内容更应该建立循序渐进、层层递进的课程教学体系, 让学生在不知不觉中提高教学认知, 同时也能够设计一部分拔高性的知识内容, 为国家培养一些专业性的人才。但是高校组合数学课程教学还是主要侧重知识点的讲解以及知识的广度, 对于知识的梯度性教学关注不够, 也影响了课程知识的深入探究。

(四) 课程教学改革创新不够

课程改革如火如荼进行着, 取得了丰富的成果, 然而组合数学在本科教学改革方面并未受到足够的重视。由于高校课程改革的完善性和改革实施的滞后性, 很多高校并未开设该课程, 或者只是将其列为计算机或者数学专业的选修课, 所分配的学时也较少。再加上组合数学课程涉及到的概念多、内容分散、方法构造性强等特点, 使得这门课程让很多学生望而生畏。地方师范高校, 尤其是数学与应用数学专业的人才培养目标是培养地方未来中小学优秀数学教师, 那么对对应到组合数学课程教学中, 该课程的教学方案必须明确。针对不同的培养方案, 教师需要选取不同的教学内容, 采用不同的教学方法。在传统的教学改革中, 未能考虑到师范院校的特殊性, 不能针对特殊学生群体, 给予足够的重视。

二、师范专业组合数学课程教学改革与创新

师范专业组合数学课程的培养目标是培养学生的创新思维能力和分析问题、解决问题的能力。要求学生了解组合数学在数学中的地位, 以及在不同学科之间的应用, 明确组合数学作为交叉学科的优势, 为将来成为更好的数学教师服务。在教学过程中, 不仅要让学生尽可能多的了解不同专题模块的内容, 而且也要发挥组合数学的特性, 让学生将不同专题之间联系起来, 还要将组合数学应用到实际问题中。

(一) 加强学生参与度, 融入学生对课程内容设计的理解

组合数学所涉及的概念和定理非常多, 学生通常会觉得难记、

枯燥、抽象。然而很多组合问题的产生都与数学游戏相关，因此在介绍概念和定理之前，可以由学生分组先查寻不同内容板块的资料，小组分享知识点背后的故事来导入新的课程教学，从而提高学生的参与度，激发学生的兴趣。

例如，在讲 1958 年美国《数学月刊》上登载着“任何 6 个人的聚会，其中总会有 3 人互相认识或者 3 人互不认识”的 Ramsey 问题时，先随机的从班级中抽选 6 名同学，告诉同学：这 6 位同学之间一定有 3 位同学互相握过手，或者有 3 位同学没有互相握过手。再请他们验证这个结论，验证的过程也是 Ramsey 问题解决的步骤。这样可以起到弱化证明，注重应用分析使学生更容易理解定理和证明。在介绍区组设计和正交拉丁方之前，请学生分小组介绍 1847 年英国数学家 Kirkman 提出的“15 女生问题”，以及 1782 年 Euler 提出的“36 名军官问题”。这些问题背后隐含的概念都是实际生活中经常用到的实验设计，组合数学所研究的方案使得实验数据更加合理有意义。在讲解完鸽巢原理之后，引入年仅 12 岁的匈牙利数学家 Louis Pósa 利用鸽巢原理只花了大概半分钟的时间就证明了：给定正整数 n ，在小于或者等于 $2n$ 的正整数中任取 $n+1$ 个不同的数，则至少存在一对互素的数。在介绍三阶幻方时，可以先由学生自主讲解《河图》与《洛书》中的故事。介绍图论分支时，可先由学生自主介绍著名的哥尼斯堡七桥问题。同样，旅行商问题、加工调度问题、装箱问题以及背包问题，都可以使学生明白：组合优化是组合数学的重要研究内容之一。此外，组合数学中的问题描述形式可能很简单，求解却极为困难，例如 Ramsey 数的精确结果目前并不多。

（二）课程设计具有前瞻性，选择更加贴近时代话题

基于组合数学的性质和发展的趋势，尤其是计算机科学与技术的发展趋势和前沿研究动态。组合数学的学科建设与其他相关的学科建之间的关系，重点介绍与统计学、计算机科学与技术相关的组合数学。现代数学中的理论越来越复杂，在一些问题上引入 Matlab 编码和 Python 编码等软件辅助计算。引导学生深入了解组合数学与中小学教学之间的联系，探究组合数学背后的问题，激发学生对创新思维和创新意识的培养，并且把理论研究运用到自己所研究问题和领域上，从而解决在研究上遇到的实际问题。

在介绍组合数学的定义、定理、方法和基本理论基础，还要将重点介绍组合数学在与统计、计算机等学科的交叉，做出一些介绍和增加学科之间的渗透。组合数学虽然来自实践，但它也是服务于实践。师范专业的组合数学教材应具备师范的特殊性，在教材编写上，要把理论和应用放在同等重要的地位上。按照“应用—理论—应用”的模式，第一部分是定义、定理和理论基础部分，然后是介绍知识的实际运用，组合数学的学科交叉知识的主要应用解决具体问题。同时课程评价除了传统的作业、考试和实践之外，增加对学生的应用能力的评价。

（三）强调数学思维，建立知识体系

组合数学的问题来源十分广泛，大部分问题不仅有自己独特的历史背景和一些有趣的求解方法，而且这些问题可以进行一般性的推广。然而组合数学在师范专业大多是公共选修课，课时有限，这就要求在实际教学中，适当的取舍一些解题技巧，减少一些结论的一般性推广，要重点向学生讲授数学思维。对于较简单组合原理及应用以小组合作的方式，提前布置给学生，请学生自己查资料，通过课前汇报的形式进行展示，将这些组合原理通过大量初等应用来体现不同问题的精妙解法；对于较困难组合问题，

它们的推广都会得到比原本问题更为广泛的应用，但其推广过程通常篇幅较长，方法上的创新较少，其应用的推广也通常是在同一类问题上进行的。在授课过程中，教师有必要选择具有代表性的内容进行讲解，多介绍组合数学的各种典型方法，而不应在某一部分具体内容上，过多的追求一般性与理论体系的完美融合。因此，组合数学课程中，应多讲授数学思维，选择一些典型的问题进行讲解，将不同的知识点建立其内在联系。

例如：将 n 个物体放入 k 个盒子。不同的情况对应着计数原理、鸽巢原理、排列与组合、整数分拆、集合分拆等相关知识。

情形一：不考虑物体、盒子是否相同，将 n 个物体放入 k 个盒子，存在一个盒子放了至少 a 个物体，问 n 的最小取值为多少？这需要用到加强版鸽巢原理，能促使学生复习鸽巢原理的相关知识。

情形二： n 个互不相的物体，一共有多少种不同的放法？根据盒子是否相同、是否允许盒子为空，将问题分成 4 种情况。然后小组讨论，要求学生用所学知识给出问题答案。这种方式可以有效地回顾集合划分、有序集合划分、第二类 Stirling 数的定义等相关内容。在回顾第二类 Stirling 数的同时，也复习了容斥原理。此外，还有助于学生运用分类思想和加法原理。

情形三： n 个相同的物体，一共有多少种不同的放法？同样分类讨论帮助学生回顾多元一次线性方程的非负整数解、多重集的组合数、整数分拆等相关知识概念的理解。

情形四：自由讨论。若物体不同，盒子不同，且每个盒子非空，则放法数为 n 元集的全排列个数 $n!$ ；当 $n=k$ 时，如果 n 个物体中可以相同，盒子不同且非空时，得到二项式系数等知识。

（四）注重实际应用

组合数学课程与具体的应用联系十分紧密。因此，在组合数学课程中，教师应当多介绍组合数学在统计、计算机科学等学科的应用。在传统的教学中，教师关注的重点是各类计数问题，涉及的学科基本都是数学的不同分支，例如，数学分析、近世代数、初等数论等。事实上，组合数学中的最大流最小割定理，就是用来研究两地之间公路运量的基本工具；计算机科学中的网络可靠性也经常用图论中的连通度进行描述；组合数学与编码理论、密码学、信息学、物理、生物、化学等学科都有紧密的联系。教师选择一些实际问题进行举例，让学生了解组合数学在生活中的应用，激发学生学习组合数学的动力。

三、结束语

为了更好的上好数学师范专业组合数学课程，教师应当根据教学目标，选择合适的教学内容、设计合理的教学方案。在教学过程中，不仅要最大限度地培养学生的数学思维，还要帮助学生克服知识零散带来的困难，注重实际应用，不断地激发学生的学习兴趣，提高学习的积极性，从而实现最佳的教学效果。

参考文献：

- [1] 乔智. 师范教育中组合数学教学改革探索 [J]. 数学学习与研究, 2022 (04): 15-17.
- [2] 赖宝. 基于科研创新与工程实践的组学数学教学探索 [J]. 移动信息, 2023, 45 (1): 4-5.
- [3] 栗庆芳. 专业认证视域下高等师范院校数学师范专业实践教学体系的构建 [J]. 教育观察, 2023 (14): 51-55.