

Matlab 在高等数学教学中的应用

谢丽娟

(西安科技大学高新学院, 陕西 西安 710109)

摘要: 随着计算机多媒体的迅速发展和普及, 高等数学除了要求学生掌握其基本的理论知识, 其广泛的应用性对学生的计算能力也提出了更高的要求。高等数学以理论知识为主, 计算机软件为辅的教学方式已经成为一种发展趋势。本文通过具体的实例将 Matlab 融入高等数学教学过程, 增强高等数学课程的教学效果, 培养学生学习高等数学的兴趣。

关键词: Matlab; 高等数学; 绘图功能; 数值计算; 符号计算

高等数学是理工科学生的一门公共必修课, 是一门理论性很强且应用广泛的学科, 也是大学生公认的一门比较难学学科, 严谨的语言、紧密的逻辑、严格的规范、高度的抽象性, 这就造成了许多学生学习起来比较困难。如何提升课堂教学效果, 提高学生学习高等数学的兴趣, 这是我们作为一线教师永恒的话题。

Matlab 软件是由美国的 MathsWords 公司于 1984 年推出的数值计算型的数学类科技应用软件。它的名字是由矩阵 (Matrix) 和实验室 (Laboratory) 的头三个字母组成的。顾名思义, 它相当于把矩阵放在实验室里做实验。它集数值分析、矩阵运算、程序设计、符号计算及图形显示于一体, 该软件具有简单易学、功能强大、使用方便、编程高效、界面友好等特点。

因此, 本文通过几个具体的实例来展现 Matlab 软件的不同功能在高等数学的教学中的应用, 以此来提升我们的课堂教学效果, 提高学生学习兴趣。

一、Matlab 绘图功能在高等数学教学中的应用

Matlab 的绘图功能, 可以将理论教学、实验演示于一体, 使一些抽象的概念能用可视化的图形表示, 达到传统教学无法实现的效果, 更好地激发学生学习的兴趣。

例如: 在讲解定积分概念的过程中, 我们引入了曲边梯形的面积问题, 求由曲线 $y=f(x)$ 和直线 $x=a$, $x=b$ 及 x 轴所围成的曲边梯形的面积 A , 其步骤如下:

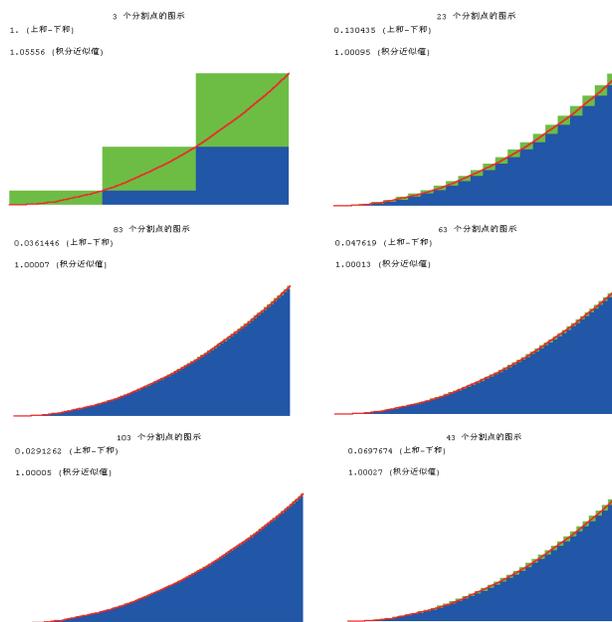
(1) 分割: 在区间 $[a,b]$ 中任意插入 n 个分点, 将区间分割成 n 个小区间, 过每个分点做直线, 这样整个曲边梯形被分割成了 n 个小曲边梯形。

(2) 近似计算: 在计算每个小曲边梯形面积 A_i 时, 看成一个小矩形, 小区间的长度为宽, 在小区间上任取一点 ξ_i , 以 $f(\xi_i)$ 为高, 则小曲边梯形的面积就可以近似为 $A_i = f(\xi_i)\Delta x_i$ 。

(3) 求和: 对所有小矩形面积求和: $A = \sum_{i=1}^n A_i = \sum_{i=1}^n f(\xi_i)\Delta x_i$, 得到整个曲边梯形面积的近似值。

(4) 取极限: 将区间无限分割, 分得越细, 误差越小, 越接近曲边梯形面积。取 $\lambda = \max\{\Delta x_i\}$ 。当时 $\lambda \rightarrow 0$, 可求得曲边梯形的面积为: $A = \lim_{\lambda \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n f(\xi_i)\Delta x_i$ 。

为了让同学更清晰的体验区间无限分割, 分得越细, 误差越小, 越接近曲边梯形面积, 我们可以借助 Matlab 的绘图功能, 通过插入点数逐渐增多, 可以看出, 插入的点越多, 误差越小。下图分别展示了插入 3 个点、23 个点、43 个点、63 个点、83 个点及 103 个点的误差图像展示, 形象化的讲解, 更有利于学生的理解。



再如, 由隐函数存在定理我们知道三元方程在满足条件的情况下可以确定二元的隐函数, 但是我们无法想象曲面的样子, 而这一点却可以用 Matlab 来实现。

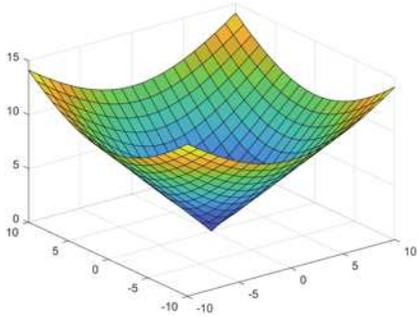
例如绘制 $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ 所表示的曲面。

解: 在 Matlab 的命令行窗口输入以下代码:

```
>> x=-10; 10;
>> y=-10; 10;
```

```
>>[xx, yy]=meshgrid ( x, y );
>>z=sqrt ( xx.^2+yy.^2 );
>>surf ( xx, yy, z )
```

按“Enter”键，即可得曲面图像



二、Matlab 数值计算和符号计算在高等数学教学中的应用

Matlab 强大的数值计算和符号计算功能，可以简化高等数学中繁杂的求导求积的推导过程，可以快速地算出结果。对于高等数学中的疑难问题，也可以用数值计算来的到结果。例如求解函数的极限、函数的导数、不定积分及定积分等数学问题都可以使用 Matlab 中数值计算和符号计算功能来实现。

(一) Matlab 在求解函数极限中的应用

例如：求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \sin \frac{1}{x}$

解：在 Matlab 的命令行窗口输入以下代码：

```
>> syms x
>> limit ( x^2*sin ( 1/x ) )
```

按“Enter”键，即可得结果

```
ans =
0。
```

故 $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \sin \frac{1}{x} = 0$

(二) Matlab 在求解函数导函数中的应用

例如：已知 $f(x) = x^2 \sin \frac{1}{x}$ ，求 $f'(x)$ ， $f''(x)$ ， $f^{(9)}(x)$ 。

解：在 Matlab 的命令行窗口输入以下代码：

```
>> syms x
>> f=x^2*sin ( 1/x );
>> f1=diff ( f, x )
```

按“Enter”键，即可得一阶导函数

```
f1=
2*x*sin ( 1/x ) -cos ( 1/x )。
```

继续输入以下代码

```
>>f2=diff ( f, x, 2 )
```

按“Enter”键，即可得二阶导函数

```
F2=
```

```
2*sin ( 1/x ) - ( 2*cos ( 1/x ) ) /x-sin ( 1/x ) /x^2
```

继续输入以下代码

```
>>f9=diff ( f, x, 9 )
```

按“Enter”键，即可得九阶导函数

```
F9=
```

```
( 60480*cos ( 1/x ) ) /x^10 - ( 45360*cos ( 1/x ) ) /x^12 + ( 1080*cos
( 1/x ) ) /x^14 -
cos ( 1/x ) /x^16 - ( 90720*sin ( 1/x ) ) /x^11 + ( 10080*sin ( 1/
x ) ) /x^13 - ( 54*sin ( 1/x ) ) /x^15
```

故 $f'(x) = 2x \sin \frac{1}{x} - \cos \frac{1}{x}$ ， $f''(x) = 2x \sin \frac{1}{x} - \cos \frac{1}{x}$ ，

```
f^(9)(x)=(60480*cos(1/x))/x^10 - (45360*cos(1/x))/x^12 +
(1080*cos(1/x))/x^14 - cos(1/x)/x^16 - (90720*sin(1/x))/x^11
+ (10080*sin(1/x))/x^13 - (54*sin(1/x))/x^15
```

(三) Matlab 在求解定积分中的应用

例如：计算 $\int_0^3 \frac{x^2}{(x^2-3x+3)^2} dx$ 。

解：在 Matlab 的命令行窗口输入以下代码：

```
>> syms x
>> f=x^2/( x^2-3*x+3 )^2;
>>int ( f, 0, 3 )
```

按“Enter”键，即可得结果

```
ans =
( 8*pi*3^( 1/2 ) ) /9 + 1。
```

故 $\int_0^3 \frac{x^2}{(x^2-3x+3)^2} dx = \frac{8\sqrt{3}\pi}{9} + 1$ 。

三、结语

在高等数学中，引入 Matlab 作为高等数学教学的辅助性工具，可以使教学方法得到改进，能够使学生体会到数学的应用价值，从而提高学生对数学的应用意识，提高学生学习的积极性，提升课堂教学效果。

参考文献：

[1] 张天德；王玮. 高等数学 [M]. 北京：人民邮电出版社，2020.

[2] 王祝园；王娟. Matlab 在高等数学课程教学中的应用 [J]. 长春大学学报，2021，31（06）：95-101.

项目名称：基于 OBE 理念的《高等数学》课程教学改革与探索

项目编号：X20240123