

线性代数课程的教学改革与实践

姜春艳 段耀勇 王立冬

(中国人民警察大学, 智慧警务学院, 河北 廊坊 065000)

摘要: 各大高校中工科学生需要必修线性代数课程, 因此它对于学生后续的学习、工作均有重要的基础意义。本文深入分析其意义, 针对线性代数课程的教学改革与实践的特点和教学需求, 再结合教学教学实践过程, 探讨怎么改进教学方法, 以此将学生变成高技能人才。

关键词: 线性代数课程; 教学改革; 策略研究

恩格斯曾经说过: 数学是研究显示生活中数量关系和空间形式的数学。数学作为最重要的基础学科, 应该让每个学生都爱上数学。在当今社会中, 随着信息技术的飞速发展, 传统的线性代数模式很难满足当前社会对人才综合素质的需求, 因此改革线性代数的教学显得尤为重要, 教师可通过在线教学凭条、丰富教学资源、实际应用等教学方法, 激发学生的学习兴趣, 提升学生的竞争力。

一、线性代数课程的教学改革与实践的意义

(一) 适应科技发展与行业需求, 提升教育实用性

提升教育实用性, 意味着教学要更加注重理论与实践的结合, 强调知识的应用性和可操作性。这不仅能够增强学生的就业竞争力, 还能为他们未来的职业发展奠定坚实的基础。同时, 实用性教育也符合社会发展的趋势, 能够培养出更多具有创新精神和实践能力的高素质人才, 为科技进步和社会发展贡献更大的力量。

(二) 优化教学方法与手段, 提高教学效果

优化教学方法与手段, 提高教学效果, 是线性代数教学改革中的关键环节, 旨在通过创新的教学方式, 激发学生的学习兴趣, 增强他们的学习效果, 从而培养出更多具备扎实数学基础和良好思维能力的优秀人才。同时, 教师还应注重教学反思和评估, 及时收集学生的学习反馈, 分析教学效果, 以便不断调整和优化教学策略。通过持续的反思和评估, 教师能够不断完善自己的教学方法, 提高教学效果, 为学生的全面发展提供有力支持。

(三) 促进学生全面发展, 培养综合素质

在线性代数课程的教学改革与实践中, 促进学生全面发展、培养综合素质是至关重要的目标。这不仅仅局限于对数学知识的掌握, 更包括逻辑思维、创新思维、团队协作、问题解决等多方面能力的培养。此外, 鼓励学生参与课程内容的探索和发现, 培养他们的自主学习能力和批判性思维, 也是教学改革的重要方向。教师通过这些改革措施, 学生不仅能够获得扎实的线性代数知识, 更能在实践中提升综合素质, 为未来的职业发展和社会责任承担奠定坚实的基础。

二、线性代数课程的教学改革与实践的策略研究

(一) 教材与教学改革: 以考研数学二为例

在探讨线性代数这一数学领域的教学时, 其中教材作为教师教授知识与培养学生能力的核心媒介所扮演着关键角色。以考研数学二线性代数的部分为例, 它涵盖了行列式、矩阵、向量、线性方程组、特征值与特征向量、二次型等多个关键章节。在传统的线性代数教材中往往按照理论逻辑顺序进行编排, 从基础的行列式与矩阵讲起, 逐步深入到向量空间、线性变换等更高级的概念, 但是对于考研学生来说, 他们可能需要的是一个能紧密结合大纲, 又注重理论深度、兼顾解题技巧的教材。首先, 以“行列式”作为开篇教材, 通过行列式的性质与计算方法, 为后面学习矩阵运算、线性方程组求解打下基础; 以“矩阵”为起点的教

材则更加侧重矩阵的运算规则与性质, 通过矩阵的逆、秩、特征值等方面, 逐步展开线性代数的核心理论。这两种编排都各有千秋, 都可以构建起线性代数的知识框架。其次, 教师在教学中, 根据学生的实际情况, 灵活运用教材, 创造性地设计教学方案。例如, 在讲解行列式与矩阵时, 教师可结合中学阶段学生熟悉的二元、三元一次方程组的解法, 在通过设问的方式让学生进行思考, 是不是还存在更一般的解法, 从而过度到线性代数的相关概念。再次, 在教学中还应该注重教学的实用性与针对性, 例如, 教师在讲授特征值与特征向量时可结合考研数学二中的典型题型, 利用特征值求解矩阵的幂, 通过详细的解题步骤与思路分析, 帮助学生掌握这类问题的解题方法。一本好的线性代数教材与教师的教学创新是相辅相成的, 教师通过深入研究教材与学生, 结合考研大纲与实际需求, 灵活运用教材, 创造性地设计教学方案, 可提升学生的知识掌握程度与应用能力, 为他们未来的学术发展研究奠定坚实的基础。

(二) 创新教学: 以直观几何意义培养数学思维

教师可在线性代数的创新课堂教学中, 转变灌输式的教学模式, 重视培养学生的思维能力和数学思想, 使他们能够深刻领悟教学的精髓, 从而提升数学核心素养, 在这当中, 教师应注重引导与启发, 让学生通过自主学习和合作研究, 掌握线性代数的基本分析方法与应用思路。以线性代数中直观和几何意义的应用为例, 教师可设计一个生动有趣的教学环节。第一, 先选取线性变换这一核心概念, 引导学生回顾向量和矩阵的基本概念, 然后逐步引入线性变换的概念, 强调线性变换保持向量加法和数乘的性质。第二, 教师可利用计算机软件(如 MATLAB、Python 的 matplotlib 库等), 展示一个简单的二维向量空间, 并在其中绘制几个向量。然后, 通过矩阵乘法的方式, 展示这些向量在特定线性变换下的变化。例如: 教师可选择一个 2×2 的矩阵, 将其作用于二维向量空间中的向量, 让学生观察这些向量在变换后的新位置。在学生观察的过程中, 教师可以适时提出问题“为什么某些线性变换会保持向量的方向不变, 而只改变其长度?”“哪些线性变换会导致向量空间的形状发生变化?”, 学生带着这些问题继续观看动态演示, 感受向量在变换后的方向和长度的变化。之后, 学生回答了这几个问题, 有的学生说, 当矩阵是对角矩阵时, 向量在变换后的方向保持不变, 仅长度(或模)按照一定比例缩放, 是因为对角矩阵的线性变换仅对向量的每个分量进行独立的伸缩, 不改变它们之间的比例关系, 因此方向得以保持; 还有的学生说当矩阵不是对角矩阵时候, 改变了向量的长度, 还改变了向量的方向, 会实现向量的旋转、剪切或倾斜等变换; 更有的学生说, 当矩阵处于正交矩阵的时候, 虽然向量长度保持不变(即变换是保距的), 但方向可能会完全反转或旋转至新方向, 导致整个向量空间的形状(如正方形变为菱形)发生变化。第三, 教师运用这样的动态演示和提问引导, 学生不仅能够直观感受到向量在变

换后的方向和长度的变化,还能深刻理解线性变换的本质——它是如何通过矩阵运算改变向量空间的几何结构和性质的。教师因此提高学生的数学思维和思想,培养了他们的综合能力。

(三) 教学改革: 多媒体与网络技术引领直观高效学习

在现代教育技术的发展中,线性代数这一抽象而基础的数学学科也将迎来教学模式的深刻变革。在课堂中,教师可利用多媒体技术将线性代数这一传统上被视为抽象且难以理解的学科领域,转化为生动、直观的学习体验,极大地激发学生的学习兴趣 and 参与度。在讲解矩阵乘法这一概念时,原来学生都是通过大量的文字描述和公式推导来理解矩阵乘法,现在教师可以在屏幕上,让他们按照点积运算的规则缓缓进行交织,形成结果矩阵的每一个元素,使学生可理解矩阵的核心要点不仅是数值的运算,还是线性变换的组合与叠加。教师还利用三维图形技术,将线性变换对向量空间的影响用立体化的方式呈现在屏幕上,向量空间在旋转、缩放、投影等线性变换的作用下,呈现出丰富多彩的几何形态,在旋转中,学生可看到向量如何绕某个轴进行旋转,以及旋转后的向量与原始向量之间的关系;在缩放变换中,可看到向量长度的变化,以及变化对向量空组结构的影响。高职教师还运用线上教学平台来传授知识。对于线性代数中的难点,教师录制清晰的逻辑图和实例说明,逐步拆解复杂的运算步骤让学生在反复观看中可以理解;对于基础薄弱的学生,教师则让他们反复观看视频来巩固知识,确保自己理解每一个步骤。而不像以前因为跟不上课堂节奏或听不懂讲解而陷入困惑;对于那些有余力的学生来说,教师还提出更高难度的题目和概念。这个平台还提供了在线测试,学生们可根据在线测试看知识点是否掌握,教师也可看到在线测试的结果,还提供学习笔记,对于基础薄弱对于书籍知识没有掌握的学生,可以边看笔记边进行听课,还设置了讨论区,对于不懂的问题,可以在讨论区进行留言,还可以在这里分享自己的心得体会,以启发更多的学生。教师针对学生不懂的所以问题,在进行汇总,统一出一节课程进行回复、答疑。这样的即时反馈机制不仅提高了学生的学习效率,还增强了他们与教师之间的互动和沟通,打破传统教室的时空限制,使得学习变得更加灵活和高效,满足不同层次学生的学习需求,促进学生的差异化学习和个性化发展。总之,教师通过多媒体和网络技术可将抽象的概念以直观、生动的方式呈现出来,打破传统教学的局限性,激发学生的学习兴趣 and 参与度。

(四) 教学与实践融合: 从理论到应用的深度探索

在线性代数的教学中,将理论与现实生活 and 生产实践相结合,是可以提升学生学习兴趣、深化其理解,并最终将知识转化为实际应用能力的关键,强化学生对线性代数概念的理解与体悟,加深他们的应用性认识,确保线性代数教学能够得到学生的充分重视,真正变成他们的素养和能力。在这个信息时代,数据无处不在,矩阵可以有效地处理和分析这些数据,在数据降维、特征提取、图像压缩等方面发挥着不可替代的作用。JPEG 是一种广泛使用的图像压缩标准,它利用离散余弦变换(DCT)将图像从空间域转换到频率域,从而实现对图像数据的有效压缩。在这个过程中,矩阵运算起到了至关重要的作用。具体来说, JPEG 算法首先将图像分割成 8×8 的像素块,然后将每个像素块视为一个向量,并通过一个固定的 8×8 余弦变换矩阵对这些向量进行变换。这个变换矩阵实际上是一个正交矩阵,其作用是将图像的空间信息转换为频率信息,使得图像的能量主要集中在低频部分,而高频部分(通常对应于图像的细节和噪声)则可以被大幅度压缩甚至忽略。教

师在教学中可引入 JPEG 算法的简化版本,让学生亲手从图像的读取、到分割、变换再到解压缩和显示全过程进行参与,引导学生思考 JPEG 算法背后的数学原理,如为什么选择余弦变换矩阵、如何设计压缩算法以实现最佳压缩比。教师还可在学生所学的专业领域,引入更多线性代数的应用实例。例如,在物理学中,量子力学中的波函数和态矢量可以用矩阵和向量来表示,线性变换则对应于量子态的演化;在经济学中,投入产出分析、动态经济系统模拟等都需要用到矩阵运算;在计算机科学中,图像处理、信号处理、机器学习等领域更是离不开线性代数的支持。线性代数的教学与现实生活和生产实践是分不开的,教师可通过案例剖析和实践操作,帮助学生深化对线性代数概念的理解,激发他们的学习兴趣和探索欲,培养创新思维和问题解决能力,最终将线性代数知识转化为学生的素养和能力。

(五) 线性代数教学: 构建科学全面的评价与考核体系

在线性代数的教学过程中,构建一个科学、全面的评价与考核体系至关重要,这不仅关乎学生对线性代数这门学科的重视程度,更直接影响到他们的学习动力、学习效果以及未来发展的潜力。以线性代数中的“矩阵的逆与线性方程组的解”这一章节为例,在预习阶段,教师可要求学生尝试推导 2×2 矩阵逆的公式,思考为什么有些矩阵没有逆上。在课堂中,教师则通过提问的方式,让学生回答对这些问题的理解与疑惑,教师在根据学生的反馈进行针对性的讲解。在课后教师则会布置一些实际应用题,让学生在实践中加深理解。多元化考核是确保学生全面发展的关键,在传统的试卷考核外,教师还引入能力素质考核,这其中可以包括一些编程能力、团队合作能力、问题解决能力方面。教师还可组织一些与线性代数相关的项目式学习活动或科研,让学生将所学知识应用于实践问题中,教师构建一个科学、全面的线性代数评价与考核体系,需要注重过程评价与终结性评价的结合、多元化考核的引入以及应用拓展实践的注重。这样可以确保学生真正重视线性代数的学习,促进他们的全面发展,提升他们学习的积极性、主动性和有效性。

三、结束语

在线性代数的教学过程中,教师需敏锐捕捉教学问题并及时解决,持续优化教学策略,丰富教学手段,以激发学生对该课程的兴趣。教师的核心目标是不仅传授知识,更要培养学生的分析、归纳、总结和演绎等基本素质,以及良好的思维习惯。正如布鲁纳所言,学生不应被动接受信息,而应成为知识探索的积极参与者。

参考文献:

- [1] 张忠, 吴德银. 公共基础重修课翻转课堂教学改革与实践——以大学线性代数课程为例 [J]. 高等建筑教育, 2022, 31 (04): 152-160.
- [2] 孟国艳, 银润龙, 李新云. 问题导向的线性代数课程教学改革探索与实践 [J]. 大学数学, 2022, 38 (03): 75-81.
- [3] 姚婷. 线性代数课程的教学改革与实践 [J]. 合肥师范学院学报, 2022, 40 (03): 73-75.

课题信息:

- (1) 河北省教改项目: “基于 OBE 理念和几何化的线性代数教学改革实践与研究” (项目编号: 023GJJG478)
- (2) 资助基金项目: 教育部网络安全与执法专业虚拟教研室 (北京警察学院) 开放课题: 公安应用数学基础实训课程体系建设 (项目编号: WAXVKF-2407)