# 《概率论与数理统计》课程教学的思政案例探索

李　丽[1, 2]　孟晓华[1, 2]
（1. 湖北经济学院统计与数学学院，湖北 武汉 430205；
2. 湖北经济学院湖北数据与分析中心，湖北 武汉 430205）

摘要：本文以“知识、情感与价值观”为教学目标，从实际生活中寻找案例，注重教学案例设计，寻找课程教学中的育人资源，引导学生利用新的知识解决有趣问题的同时可以进行知识之外的思考，探索从知识到教育的渠道，提高学生的学习热情。本文以概率论与数理统计为载体，结合实际生活设计思政案例，深挖案例中蕴含的“思政元素”及所承载的思想政治教育功能，将思政元素融入概率论与数理统计课程教学之中，无形的提升学生的思想道德品质。

关键词：课程思政；教学案例；概率论与数理统计

概率论与数理统计是研究随机现象及其统计规律的一门学科，在经济科学、管理科学基其他领域有着广泛的应用，是近代数学的重要组成部分，同时也是自然科学、国民经济及工程技术等各个领域理论应用与研究的重要数学工具。其缜密的内容体系，独特的思维方式，对培养学生的抽象思维能力和理论联系实际能力具有重要意义。因此，该课程是实现课程和思政有机融合的重要课程之一。本文尝试通过在课程教学实施过程中合理融入思政案例，激发学生探究概率问题的兴趣和价值观共鸣，希望学生在学习新的理论知识的同时，还能够形成一个积极向上的人生观和价值观，从而达到培养德才兼备、全面发展人才的教育理念。

## 一、思政案例设计与实践

### （一）借助经典故事，传承优秀传统品质

在课程教学中以大家耳熟能详的经典故事或者生活案例作为切入点，引发学生学习概率公式的兴趣，从而在传授理论知识的同时融入思政元素，引导学生们去讨论思考，最终达到思政教育和课程教学同向同行的协同效应。下面以贝叶斯公式的教学为例，引入“狼来了”寓言故事，引导学生讨论诚信问题。

伊索寓言故事–《狼来了》：这是一则我们耳熟能详的经典故事，它常被用来告诫小朋友不能随意撒谎，会失去别人对自己的信任。

当放羊的小孩第三次喊“狼来了”的时候，村民为什么不再上山？村民对小孩的信任程度为什么越来越低呢？

设 A 表示“村民认为放羊的小孩是可以相信的”，B 表示“放羊的小孩说谎”，假设：

$$P(A)=0.9\,,\quad P(\overline{A})=0.1\,,\quad P(B/A)=0.1\,,\quad P(B/\overline{A})=0.6 \quad （1）$$

这里，表示开始时村民对放羊小孩的信任度很高，认为小孩是一个诚实的人。

根据贝叶斯公式我们可以算出，当小孩第一次喊“狼来了”（说谎）后村民对小孩的信任度为：

$$P(A/B)=\frac{P(A)P(B/A)}{P(B)}=\frac{0.9\times 0.1}{0.9\times 0.1+0.1\times 0.6}=0.6 \quad （2）$$

根据上式可以发现，在小孩第一次说谎后，村民对小孩的信任度有原来的 0.9 下降到了 0.6。这时候上述的结果，概率需要更新为：

$$P(A)=0.6\,,\quad P(\overline{A})=0.4\,,\quad P(B/A)=0.1\,,\quad P(B/\overline{A})=0.6$$

当小孩第二次说谎，同样利用贝叶斯公式得到：

$$P(A/B)=\frac{P(A)P(B/A)}{P(B)}=\frac{0.6\times 0.1}{0.6\times 0.1+0.4\times 0.6}=0.2 \quad （3）$$

也就是说当小孩第二次说谎后，村民对小孩的信任度由 0.6 下降到了 0.2。同理可以计算出当小孩第三次说谎后，村民对其信任度会降至 0.04。

**表 1 可信度变化**

| 撒谎次数 | 可信度 | 下降幅度 |
|---|---|---|
| 1 | 0.6 | 44.5% |
| 2 | 0.2 | 75% |
| 3 | 0.04 | 95% |

由上面的计算结果我们发现，村民对放羊小孩的信任度随着小孩一次又一次地说谎后不断下降，最后几乎没有任何信任。由此也导致村民在第三次听到小孩呼叫时不会再上山帮其打狼。该案例的计算结果告诉我们随着撒谎次数的增多，信任度越来越低，最终将带来严重的损失。在现代社会中，诚实守信作为社会主义核心价值观之一，是每个公民必须恪守的道德准则，是立于社会之根本。

从另外一个方面分析，贝叶斯公式来计算 $P(A/\overline{B})$ 。

$$P(A/\overline{B})=\frac{P(A)P(\overline{B}/A)}{P(A)P(\overline{B}/A)+P(\overline{A})P(\overline{B}/\overline{A})}=\frac{0.04\times 0.9}{0.04\times 0.9+0.96\times 0.4}=0.0857$$
（4）

这表明小孩在认识到错误后，选择诚实的态度，村民对他的可行度由 0.04 上升至 0.0857。

$$P(A/\overline{B})=\frac{P(A)P(\overline{B}/A)}{P(A)P(\overline{B}/A)+P(\overline{A})P(\overline{B}/\overline{A})}=\frac{0.0857\times 0.9}{0.0857\times 0.9+0.9143\times 0.4}=0.1742$$
（5）

如果小孩第二次守信，可信度变化为 0.1742。

由表 1 和上式可知，放羊小孩说谎三次，村民对他的信任度

由原来 0.9 下降到 0.04，几乎毫无信任。但是如果他希望回到最初村民对他的信任度，需要 7 次守信。因此我们一定要珍惜他人对自己的信任，不要随意挥霍，失去容易，但是想要再恢复就很困难。

（二）从小概率事件看量变到质变

在一次试验中几乎不发生的小概率事件随着大量重复实验而转变为几乎会发生的过程，最终产生了质的变化。

我们以小偷偷窃为例，假设小偷行窃时被抓住的概率记为 0.02，这个是小概率事件，那么随着偷窃次数的增加，小偷被抓住（记为事件 A）的可能性多大？：

$$P(A)=P(A_1\cup A_2\cdots\cup A_n)=1-P(\overline{A}_1)P(\overline{A}_2)\cdots P(\overline{A}_n)=1-0.98^k$$

（6）

借助 Matlab 软件计算可知第 $k=110$ 次时，P（A）=0.8916，小偷被抓住的可能性已经很大了。从这个例子我们可以看出虽然每次小偷没抓的概率较小，但是小偷偷窃次数较大时，这是小偷被抓就成为了大概率事件。

根据上面例子，即使一个事件每次发生的可能性很小，只要不断进行重复试验，它必然发生。因此日常工作生活中，不要抱任何侥幸心理做些违法乱纪的事情；同时也坚信只要我们每一天能付出学习一点点，终将会一定的收货。

（三）从频率与概率之间的联系看偶然性和必然性

众所周知频率是个试验值，具有偶然性，可能有多个不同的取值。而概率是客观存在的，具有必然性。只能取唯一值。当试验次数较少时，频率与概率偏差较大的可能性较大；但是当试验次数较大时，就会发现频率具有一定的稳定性，它稳定到概率，反映出统一性。

随着试验次数的无限增大，某一事件发生的频率渐渐趋近于某个常数，即在某种收敛意义下逼近某一常数。在这个常数附近摆动，这就是所谓的“频率稳定性概型”可以看作是从数学角度把“在一定条件下”“重复试验”等术语的涵义加以明确化。

偶然性和必然性是事物发展过程中的两个重要方面，对于任何发展变化的事物和现象，我们应坚持必然与偶然的辩证统一，正确客观认识偶然性和必然性的关系，既要勇敢面对事物发展过程中复杂多变的偶然情况，不被暂时的困难和挫折打倒，不被眼前一时的荣誉和光环迷惑，又要坚定信念，勤奋学习，最终会学有所成，成为对社会有贡献的人。

（四）关注社会热点 培养学生科学思维

在医学的疾病筛查检测中，如果是小样本检测可以采用常规的单样本检测方法，但如果是大样本量检测比较高效率的是采用混合样本检测方法。在混合样本检测方法中，为了提高检测效率，如何制定科学的混合样本检测方案，所依据的理论知识就是概率论中的数学期望。

对总数为 N 的人群进行检测，将其分为若干组，每组 k 人进行混采。如果混采的结果为阴性，说明改组成员都为阴性；反之说明这组人中至少有一个阳性，这样对改组所以成员重新重新分别做检测。

令 X={ 每组中每个人需要的检测次数 }，则 X 是离散随机变量，假设每个样本检测为阳性的概率为 p（即每个人被感染的概率），检测为阴性的概率为 q=1−p。则 X 的分布律为：

$$P\left\{X=\frac{1}{k}\right\}=(1-p)^k, P\left\{X=1+\frac{1}{k}\right\}=1-(1-p)^k(k=1,2,3,\cdots)$$

（7）

分组混合样本检测的原理是什么，它是如何提高检测效率的？

求 X 的数学期望 E（X），即每组中每个人的平均检测次数为 E（X）。如果 E（X）小于 1，即说明平均每人做的检测次数小于 1 次，即混合样本的检测方法能够降低检测次数，提高效率。

$$E(X)=\frac{1}{k}\times(1-p)^k+(1+\frac{1}{k})(1-(1-p)^k)=1+\frac{1}{k}-(1-p)^k \quad (8)$$

如果文中的 p=0.01 左右情况下，我们通过计算可知当 k=10 和 k=11 时，E（X）=0.1956 最小。即，p=0.01 左右时，每组 11 人，每人平只需检测 0.1956 次，相对于单样本检测，大约可减少 80% 的检测工作量，大大节约社会成本起到重大作用。混合样本检测方法的推广使用为防控工作的快速推进起到巨大作用。在生活学习中，遇到事情，学会采取科学的解决策略，可以达到事半功倍的效果。

**三、结束语**

本文以概率论与数理统计的理论知识为载体，紧密结合“立德树人”的教育理念，精心设计教学案例，期望把它反馈到教材和教学过程中，加深学生对知识的理解，提升学生的思维能力。最后希望可以为该门课程的教师提供一些教学思路与借鉴。

**参考文献：**

[1] 唐立，吴锦标 . 数理统计教学内容扩展探讨 . 高教学刊 .2022（36）：9-12.

[2] 张慧，朱庆峰，杨广芬，高艳侠 .《概率论与数理统计》课程思政案例设计及应用 . 高等数学研究，2021，24（4）：117-120.

[3] 谭家驹 . 新工科发展下的“概率论与数理统计”课程思政研究 . 教育教学论坛，2023（20）：73-76.

[4] 刘婧 . 概率统计课程思政教学案例设计与分析 – 以贝叶斯公式为例 . 高等数学研究，2023，26（1）：101-105.

[5] 于珊珊，赵越，刘丹 . 新冠疫情防控问题在教学中的应用探讨 – 以《概率论与数理统计》课程为例 . 高等数学研究，2023，26（4）：46-49.

[6] 张良，郭连红，刘亚相 . 概率论与数理统计双语教学课程思政的实施原则和路径 – 以西北农林科技大学为例 . 成都中医药大学学报（教育科学版），2023，25（1）：130-132.